Энергия электрическая,

или уравнение электрона

Океанов Е.Н.

В работе «Энергия, пространство…» была сделана попытка присмотреться к механической энергии движущегося в пространстве тела на векторной основе. Никаких выводов в этой работе не сделано по той причине, что для выводов еще не настало время. Надо бы разобраться в том же ключе и с электрической энергией. Считается, что обе эти энергии – механическая и электрическая – имеют различную природу, вопросы здесь все уже решены и какие-либо проблемы не должны возникать. Здесь и не возникают. Но возникают совсем в другом месте.

Зимой, как известно, холодно и потому многие одеваются потеплее. Например, когда рабочее помещение плохо отапливается, приходится на фланелевую рубашку одевать еще и свитер. Шерстяной, с синтетической ниткой, как объяснил продавец. А по приходу домой во мраке зимнего вечера свитер снимается и в это время можно наблюдать искры (микромолнии) и треск (микрогромы) электрических разрядов совсем, как во время грозы, только масштаб другой. Вот в такой вечер и возникают сомнения в том, что механическая и электрическая энергии имеют различную природу. Ведь в домашних условиях пародию на грозу организует не залетная тучка, а исключительно и только движение свитера по фланелевой рубашке. То есть механическое движение. Но тогда естественно полагать, что природа у энергии одна – механическое движение. Но проявляет себя эта энергия по-разному, возможно, в зависимости от среды, в которой протекает энергетический процесс. Когда мальчишка бросает камень, энергия проявляет себя так, что заряд энергии мальчишки передается в момент бросания камню (с помощью градиента энергии - силы), который по сложной траектории попадает в окно и разбивает стекло, истратив на это свой заряд энергии. Совсем иначе дело обстоит, когда снимается свитер, надетый на фланелевую рубашку.

Все, что нынче известно о строении вещества, наводит на мысль, что всякое вещество окружено…

Нет. Сначала еще пример из механики. Наручные часы, как известно, имеют заводную пружину. Когда владелец заводит часы, он закручивает эту пружину. То есть, за счет своей механической энергии создает механическое напряжение пружины. Но эту фазу процесса принято интерпретировать, как приобретение пружиной потенциальной энергии. Это красиво, но туманно, поскольку неясно, что такое потенциальная энергия, хотя, в принципе, ясно, откуда она берется.. Когда Вы сгибаете с трудом стальную проволоку, мешает Вам это сделать не какая-то там потенциальная энергия, а именно механическое напряжение этой проволоки, организованное Вами же. Но приучили нас в школе полагать, что это потенциальная энергия, вот все и полагают. Хотя, если подумать, то всякий согласится – это все-таки механическое напряжение. Не терминологически, а по-существу. Еще одна интерпретация этой фазы: пружина получает заряд энергии. С этим можно согласиться – владелец часов, заводя пружину, энергию механического движения своей руки превращает в механическое напряжение пружины, которая тем самым приобретает заряд энергии, равный совершенной владельцем работе (за вычетом потерь). Этот заряд энергии и называют потенциальной энергией по той причине, что теперь пружина потенциально способна выполнить работу, если позволить ей освободиться от напряжения. Но фактически потенциальной энергии не существует. Уравнение баланса энергии (работа «Об энергии движущегося тела») утверждает, что работа силы равна сумме кинетической энергии и работы усилия. И в этом балансе нет места потенциальной энергии. А кинетическая энергия – это энергия движения. И никакой больше энергии не существует. Но сугубо терминологически ничто не мешает пользоваться понятием потенциальной энергии, особенно, если не хочется менять привычки. Да. Так вот, если заводную пружину вынуть из обоймы, то она раскрутится, оставаясь, однако, скрученной спиралью, но не плотной. То есть, она утратит механическое напряжение (потеряет свой зарад энергии). Ее можно раскрутить в прямую ленту, но потребуется опять затратить энергию (исключительно кинетическую) на эту раскрутку. Если опять отпустить свободно эту ленту, она вернется в прежнюю неплотную спираль. Каждый легко может в этом убедиться, сломав будильник и поиграв с пружиной, если почему-либо упустил возможность сделать это в далеком детстве. Теперь можно вернуться к веществу.

Все, что нынче известно о строении вещества, наводит на мысль, что всякое вещество окружено поверхностным слоем электронов, которые, как броней, защищают собою крохотные ядра атомов от физиков-теоретиков. Ядро атома удерживает каждый их своих электронов чем-то вроде упомянутой пружины (или даже нескольких пружинок), которая может закручиваться или раскручиваться в определенных пределах (пока электрон не оторвется или не сломается) по тем или иным причинам. Например, при воздействии других электронов. В частном случае со свитером электроны вещества, из которого сделан свитер, когда его снимают, трутся об электроны вещества, из которого сделана фланелевая рубашка. И те, и другие электроны начинают вращаться от этого трения друг об дружку (как шарики в автомате розыгрыша спортлото, если кто помнит). От этого вращения их пружинки закручиваются до невероятности и накапливают механическое напряжение (заряд энергии, если так хочется), которое и превращается в электрический заряд. Это превращение обусловлено, надо думать, свойствами электронов, ядер атомов, их пружинками и чем-то еще, наверное.. Но, конечно, только не природой энергии. Ибо, если Вы своей мышечной силой снимаете свитер, то Вы именно и определяете природу этой энергии. А если Вы так устали на работе, что свитер с Вас снимает жена, то именно Ваша жена определяет природу этой энергии. Поэтому опять надо начинать с изучения энергии.

Уместно напомнить, что производная энергии E по времени t (то есть мощность P) для рассмотренного ранее случая механического движения равна скалярному произведению вектора силы F на вектор скорости V:

$$\frac{dE}{dt} = P = F \cdot V$$

Если условно полагать, что энергия и мощность (скалярные величины) являются существенными характеристиками движения (механического в рассмотренном случае), а сила и скорость (векторные величины) – его формальными характеристиками, то по существенному признаку энергию в электрическом варианте невозможно отличить от механической, включая, естественно, и размерность. Но формальные признаки электрической энергии – напряжение и ток – существенно отличаются от формальных признаков механической энергии, включая и размерность. Можно, однако, ввести в рассмотрение константы (по времени) – коэффициенты приведения – a и b такие, чтобы и по формальным признакам механическая энергия не отличалась от электрической. Для этого следует выполнить, например, условия:

$$U = aF \qquad \text{и} \qquad I = bV,$$

где U - вектор электрического напряжения (разности потенциалов), а I - вектор электрического тока, требующие, чтобы коэффициент a имел размерность отношения скорости к электрическому току $\left[\frac{m}{\sec \cdot A}\right]$, а коэффициент b - размерность обратного отношения $\left[\frac{\sec \cdot A}{m}\right]$.

Тогда электрическая энергия E_e в виде интеграла:

$$E_e(t) = \int_0^t U(\lambda) \cdot I(\lambda) d\lambda = \int_0^t aF(\lambda) \cdot bV(\lambda) d\lambda = kE(x, y, z)$$

отличается от механической энергии E только безразмерным постоянным (во времени) множителем $k = ab$, причем выбор констант приведения всегда можно обеспечить такой, чтобы выполнялось равенство $k = 1$. Но при таких условиях все соотношения, полученные из анализа энергетики механического движения будут заведомо и искусственно идентичны для электрического варианта энергии при замене символов силы и скорости на символы напряжения и тока с соответствующими коэффициентами приведения. А это значит, что не результаты исследования станут путеводным фонариком во тьме энергий, а воля исследователя должна занять место морковки перед носом ишака. Поэтому придется подойти к делу с другой стороны.

Всякий физический объект математически может быть описан своим дифференциальным уравнением. Пусть таким физическим объектом является колебательный *CLR* контур, представленный на рис.1 и состоящий из последовательно включенных конденсатора *C*, катушки индуктивности *L* и резистора *R*. Напряжение в такой электрической цепи [1] подчиняется уравнению:

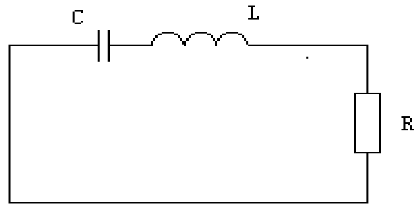

Рис.1.

$$\frac{1}{C}\int i dt + L\frac{di}{dt} + Ri = 0\,, \qquad (1)$$

где $i = i(t)$ – электрический ток в функции времени, протекающий по цепи. Поскольку электрический ток в математическом смысле является производной электрического заряда по времени, уравнение (1) легко выразить через электрический заряд Q. Надо только интеграл в левой части уравнения (1) представить, в соответствии со строгими математическими правилами, в виде первообразной функции $Q(t)$ с постоянной интегрирования q в самом общем случае:

$$\int i dt = Q(t) + q$$

Тогда уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{1}{C}Q + L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} = -\frac{q}{C} \qquad (2)$$

Ясно, что представленный на рис.1 контур является очень частным случаем электрической цепи, в которой отсутствует источник энергии, способный так воздействовать на элементы цепи, чтобы образовался постоянный электрический заряд, обозначенный в правой части уравнения (2). Но в природе существует объект, который обладает минимальным постоянным электрическим зарядом q и колебательными свойствами контура – электрон с его волновыми и корпускулярными свойствами. То есть, электрон являет собой по крайней мере один такой очень частный случай электрической цепи, который соответствует уравнению (2) в той или иной мере. Умножив обе части этого уравнения на величину C и переписав в виде:

$$LC\frac{d^2Q}{dt^2} + RC\frac{dQ}{dt} + Q = -q\,, \qquad (3)$$

можно считать уравнение (3) уравнением электрона, в котором величины L, C и R играют роль физических (электрических) характеристик электрона, предполагаемых неизменными во времени. Но интерес представляет не это уравнение, а предыдущее. Поскольку его можно интерпретировать как иллюстрацию распределения во времени постоянного напряжения $U = -\frac{q}{C}$ на элементах рассматриваемой цепи, в которой протекает ток $i = \frac{dQ}{dt}$, постольку формально можно получить баланс электрической мощности в этой цепи умножением обеих частей этого уравнения на ток $i = \frac{dQ}{dt}$:

$$\frac{1}{C}Q\frac{dQ}{dt} + L\frac{d^2Q}{dt^2}\frac{dQ}{dt} + R\left(\frac{dQ}{dt}\right)^2 = -\frac{q}{C}\frac{dQ}{dt} \qquad (4)$$

и тогда баланс энергии в электроне можно записать в виде:

$$\frac{1}{C}\int QdQ + L\int \frac{d^2Q}{dt^2}dQ + R\int\left(\frac{dQ}{dt}\right)^2 dt = -\frac{q}{C}\int dQ\,, \qquad (5)$$

где $\frac{1}{C}\int QdQ = E_C + E_{C0}$ - энергия конденсатора, $L\int \frac{d^2Q}{dt^2}dQ = E_L + E_{L0}$ - энергия индуктивности, $R\int\left(\frac{dQ}{dt}\right)^2 dt = E_R + E_{R0}$ - энергия сопротивления, $-\frac{q}{C}\int dQ = -E - E_0$ - результирующая энергия электрона. То есть, уравнение (5) можно записать в виде суммы:

$$E_C + E_{C0} + E_L + E_{L0} + E_R + E_{R0} + E + E_0 = 0 \qquad (6)$$

Здесь все составляющие с индексом 0 – постоянные интегрирования. Поскольку:

$$\frac{1}{C}\int QdQ = \frac{1}{2C}Q^2 + \frac{1}{2C}Q_0^2\,; \qquad \frac{q}{C}\int dQ = \frac{qQ}{C} + \frac{qQ_0}{C}\,,$$

где Q_0 - начальный электрический заряд, постольку можно отметить на всякий случай:

$$E_C = \frac{1}{2C}Q^2\,, \quad E_{C0} = \frac{1}{2C}Q_0^2\,, \quad E = \frac{qQ}{C}\,, \quad E_0 = \frac{qQ_0}{C}$$

Пока вся эта информация ни о чем существенном не говорит, хотя намеки уже усмотреть и можно. Но полезно сделать еще один шажок.

Поскольку электрон находится в пространстве, постольку заряд Q распределяется в этом пространстве неким образом и потому может рассматриваться, как зарядовая функция координат:

$$Q = Q(x, y, z)\,,$$

причем координаты, в свою очередь, являются функциями параметра t :

$$x = x(t)\,, \qquad y = y(t)\,, \qquad z = z(t)\,,$$

в качестве которого здесь традиционно принимается время. Тогда первая производная зарядовой функции по времени определяется соотношением:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial z}\frac{dz}{dt} \qquad (7)$$

Соотношение (7) в векторной форме принимает вид скалярного произведения вектора градиента электрического заряда на вектор (механической !) скорости:

$$\frac{dQ}{dt} = gradQ \cdot V \qquad (8)$$

Здесь, таким образом, впервые явно обнаруживается прямая связь электрического тока с механической скоростью. Но тогда уравнение (4) можно представить в виде:

$$\frac{1}{C}Q \cdot gradQ \cdot V + L\frac{d^2Q}{dt^2}gradQ \cdot V + R(gradQ \cdot V)^2 = -\frac{q}{C}\frac{dQ}{dt}gradQ \cdot V \qquad (9)$$

Более того, поскольку уравнение (2) можно считать уравнением напряжений электрона, постольку напряжением электрона надо полагать сумму:

$$u(t) = \frac{1}{C}Q + L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{q}{C} \qquad (10)$$

Тогда мощность электрона можно записать в виде произведения:

$$P(t) = u(t)\cdot i(t) = \left(\frac{1}{C}Q + L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{q}{C}\right)\cdot gradQ \cdot V \qquad (11)$$

Теперь, исходя из равенства электрической мощности электрона и его механической мощности, есть все основания самым естественным образом записать очевидное выражение баланса механических сил для электрона в сугубо электрической терминологии:

$$F(t)=\left(\frac{1}{C}Q+L\frac{d^2Q}{dt^2}+R\frac{dQ}{dt}+\frac{q}{C}\right)\cdot gradQ \qquad (12)$$

Славные, однако, пружинки оказались у электрона, если, конечно, приближенное представление контуром достаточно правдоподобно.

Для дальнейшего исследования полезно рассмотреть следующее. Если W есть функция координат трехмерного пространства, в котором радиус-вектор задан параметрически с параметром t:

$$r=r(t)=ix(t)+jy(t)+kz(t),$$

то, как известно, производная этой функции по параметру t в векторной форме имеет вид скалярного произведения:

$$\frac{dW}{dt}=\nabla W\cdot V, \qquad (13)$$

где $\nabla=i\frac{\partial}{\partial x}+j\frac{\partial}{\partial y}+k\frac{\partial}{\partial z}$ - векторный оператор объемного дифференцирования,

он же – оператор Гамильтона, он же - «набла»,

$V=i\frac{dx}{dt}+j\frac{dy}{dt}+k\frac{dz}{dt}$ - вектор скорости по параметру.

Вторая производная этой функции по этому же параметру имеет, как следствие, вид:

$$\frac{d^2W}{dt^2}=\nabla^2W\cdot V^2+V\cdot\nabla W\cdot\nabla V+\nabla W\cdot\frac{dV}{dt} \qquad (14)$$

Если $W(t)=r(t)$, то выражение (13) принимает вид:

$$\frac{dr}{dt}=V=\nabla r\cdot V,$$

откуда вытекает равенство:

$$\nabla r=1,$$

а его подстановка в выражение (14) приводит к очевидному результату:

$$\frac{d^2r}{dt^2}=\frac{dV}{dt}=\nabla^2r\cdot V^2+V\cdot\nabla V+\frac{dV}{dt},$$

откуда следует соотношение:

$$\nabla V=-\nabla^2r\cdot V \qquad (15)$$

и, учитывая, что $\nabla V=divV$, можно заключить:

$$\nabla^2r=-\frac{V}{divV} \qquad (16)$$

Полезно также иметь ввиду:

$$\frac{d}{dt}(\nabla W)=\nabla^2W\cdot V+\nabla W\cdot\nabla V \qquad (17)$$

Тогда, с учетом формул (13) и (14), уравнение (12) баланса сил для электрона в пространстве при условии $F=0$ (то есть, в отсутствие внешних механических сил) имеет вид:

$$L(\nabla Q)^2\frac{dV}{dt}+\left[L\nabla^2Q\nabla QV+L(\nabla Q)^2\nabla V+R(\nabla Q)^2\right]\cdot V+\frac{Q}{C}\nabla Q=-\frac{q}{C}\nabla Q$$

Легко заметить, что общим множителем полученного уравнения является градиент заряда, на который так и подмывает «сократить» левую и правую части уравнения. Однако, делать этого нельзя по двум причинам. Первая заключается в том, что векторное свойство механической силы это уравнение приобретает именно за счет градиента заряда. Если же уравнение «сократить» на этот градиент, то уравнение превратится в разность электрических потенциалов (с соответствующей размерностью) и будет иметь скалярный характер электрического заряда, обратно пропорционального электрической емкости. Вторая причина заключается в том, что именно в размерности силы это уравнение можно привести к виду типичного уравнения движения тела некоторой массы:

$$m_e \frac{dV}{dt} + r_m V + \frac{Q}{C} \cdot \nabla Q = -\frac{q}{C} \nabla Q, \qquad (18)$$

в котором масса электрона угадывается в множителе перед ускорением и равна (в электрических характеристиках):

$$m_e = L \cdot (\nabla Q)^2, \qquad (19)$$

а характеристика механического сопротивления (также в электрической терминологии) угадывается в множителе при скорости:

$$r_m = L\nabla^2 Q \nabla Q V + L(\nabla Q)^2 \nabla V + R(\nabla Q)^2 \qquad (20)$$

Если эту характеристику разделить на массу, а потом еще пополам, то получится любезный сердцу механиков коэффициент механического сопротивления. Теперь остается только предположить, что характеристику k_r упругости связи электрона со своим окружением, которая в традиции уравнений движения должна быть множителем при радиусе-векторе, можно определить из третьего слагаемого в левой части уравнения (18) соотношением:

$$k_r \cdot r(t) = \frac{Q}{C} \cdot \nabla Q \qquad (21)$$

Правда, пока неизвестно, каким именно образом. Но, если выражение (21) подставить в уравнение (18), то получается электромеханическое уравнение движения электрона:

$$m_e \frac{d^2 r}{dt^2} + r_m \frac{dr}{dt} + k_r \cdot r = -\frac{q}{C} \nabla Q, \qquad (22)$$

левая часть которого вполне механическая (и в однородном варианте допускает исследование собственных механических свойств электрона), а правая часть – исключительно электрическая, поскольку отвечает за внешнее воздействие на электрон, которое механическим просто не может быть даже тогда, когда электроны свитера трутся об электроны фланелевой рубашки. Другими словами, уравнение (22) и является настоящим электромеханическим уравнением электрона, если, конечно, бес не попутал с аппроксимацией электрона простым контуром. То есть, утверждение это справедливо в пределах точности подмены электрона контуром. К сожалению, при всей видимой правильности этого уравнения от истины оно далеко. Хотя бы потому, что левая его часть не до конца трансформирована из электрического предствления в механическое. Этим и надо заняться.

Если обе части уравнения (22) разделить на массу электрона, то уравнение принимает стандартный вид:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{r_m}{m_e} \frac{dr}{dt} + \frac{k_r}{m_e} \cdot r = -\frac{q}{m_e \cdot C} \nabla Q, \qquad (23)$$

в котором постоянная времени механического сопротивления определяется величиной:

$$\tau_r = \frac{m_e}{r_m} = \frac{L \cdot (\nabla Q)^2}{L\nabla^2 Q \nabla Q V + L(\nabla Q)^2 \nabla V + R(\nabla Q)^2}, \qquad (24)$$

а собственная круговая частота ω_0 определяется соотношением:

$$\omega_0^2 = \frac{k_r}{m_e}, \qquad (25)$$

которое пока не поддается выражению через электрические характеристики.

Но теперь уместно вернуться к уравнению (2) и, разделив обе его части на индуктивность L, представить в виде:

$$\frac{d^2Q}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{d^2Q}{dt^2}+\frac{1}{LC}Q=-\frac{q}{LC} \qquad (26)$$

Известно, что в линейных электрических цепях сопротивление R считается элементом безынерционным, тогда как элементы L и C обладают ярко выраженными инерционными свойствами, которые в радиотехнике принято характеризовать соответствующими постоянными времени:

$$\tau_L=\frac{L}{R} \qquad \text{и} \qquad \tau_C=RC \qquad (27)$$

Представляется, однако, более уместным ввести понятия именно инерционности, понимая под нею величину I, обратную постоянной времени. Тогда соответствующие инерционности принимают вид:

$$I_L=\frac{1}{\tau_L} \qquad \text{и} \qquad I_C=\frac{1}{\tau_C} \qquad (28)$$

Почти бросается в глаза, что их произведение равно:

$$I_L I_C=\frac{1}{LC}=\omega_0^2,$$

откуда следует, что собственная круговая частота (резонанса) есть среднее геометрическое инерционностей. Надо, очевидно, уравнение (26) выразить через введенные инерционности:

$$\frac{d^2Q}{dt^2}+I_L\frac{dQ}{dt}+I_L I_C Q=-q\omega_0^2 \qquad (29)$$

Теперь его можно немножко порешать. Даже не до конца. Достаточно определить корни его характеристического уравнения, которые равны:

$$\lambda_{11,2}=-\frac{I_L}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{I_L}{2}\right)^2-I_L I_C} \qquad (30)$$

Тонкость момента состоит в следующем. Принято считать, что при условии $R=0$ или $I_L=0$ в контуре имеет место резонанс на собственной частоте, а уравнение (26) превращается в уравнение для идеальной (без сопротивления) среды:

$$\frac{d^2Q}{dt^2}+\frac{1}{LC}Q=-\frac{q}{LC}$$

На самом же деле при этом условии корни характеристического уравнения обращаются в нуль, как это непосредственно следует из выражения (30), а уравнение превращается в задачу, не связанную с колебаниями, то есть, совсем в другую задачу. Без понятия инерционностей это обстоятельство не является очевидным. Другими словами, если в линейном процессе (в смысле линейного дифференциального уравнения) есть хоть малейший намек на колебание, то как бы ни мало было сопротивление, оно всегда имеет конечное положительное значение. Физики утверждают, что в электроне намек на колебания существует, поэтому нельзя пренебрегать сопротивлением в уравнении (26). Кстати, и во всех других уравнениях подобного толка, в том числе и механических, которые так лихо «упрощают» в технической литературе. Это важное обстоятельство математически записывается в виде условий:

$$R\neq 0 \qquad \text{и} \qquad r_m\neq 0$$

для электрической и, соответственно, механической интерпретаций электрона. Но теперь механическую инерционность, обусловленную постоянной времени (24), можно и должно представить в виде:

$$I_r=\frac{r_m}{m_e}=\frac{L\nabla^2 Q\nabla QV+L(\nabla Q)^2\nabla V+R(\nabla Q)^2}{L\cdot(\nabla Q)^2}=\frac{\nabla^2 Q}{\nabla Q}\cdot V+\nabla V+\frac{R}{L}$$

С учетом электрической инерционности это выражение принимает вид:

$$I_r = \frac{\nabla^2 Q}{\nabla Q} \cdot V + divV + I_L \ , \qquad (31)$$

из которого следует, что дивергенция скорости по своему физическому смыслу есть мера инерционности (чего-то пока неизвестного, но скорее всего - пространства), наряду с которой в механическую инерционность входит слагаемым электрическая инерционность. Это, кстати, еще один существенный аргумент против кавалерийских «упрощений» дифференциальных уравнений. Вот ведь сколько полезной информации в механическом сопротивлении, которое исключительно ради своего удобства исследователи равняют с нулем!..

Но должна быть еще одна механическая инерционность I_k - инерционность упругости связи электрона со своим окружением, или упругости тех гипотетических пружинок, о которых говорилось ранее. Ясно, что собственная круговая частота электрона должна быть одинаковой как в его электрической интерпретации, так и в его механическом движении. На этом основании обязано выполняться равенство:

$$\omega_0^2 = I_r \cdot I_k = \frac{1}{LC},$$

откуда следует:

$$I_k = \frac{1}{I_r LC}$$

С учетом соотношения (31) можно записать:

$$I_k = \frac{1}{LC\left(\frac{\nabla^2 Q}{\nabla Q} \cdot V + divV + I_L\right)} = \frac{\omega_0^2}{\frac{\nabla^2 Q}{\nabla Q} \cdot V + divV + I_L} \qquad (32)$$

Соответствующая постоянная времени равна:

$$\tau_k = LC\left(\frac{\nabla^2 Q}{\nabla Q} \cdot V + divV + I_L\right) = \frac{\nabla^2 Q}{\nabla Q} \cdot \frac{V}{\omega_0^2} + \frac{divV}{\omega_0^2} + \tau_C \qquad (33)$$

Комментарии, как говорят, излишни. Теперь, в силу равенства (25), следует учесть:

$$I_r \cdot I_k = \frac{k_r}{m_e} = \frac{r_m}{m_e} \cdot I_k,$$

откуда прямо следует:

$$k_r = r_m \cdot I_k$$

Тогда, с учетом выражений (20) и (32), наконец-то можно записать:

$$k_r = I_k r_m = \frac{\left(\frac{\nabla^2 Q}{\nabla Q} \cdot V + \nabla V + \frac{R}{L}\right) \cdot L \cdot (\nabla Q)^2}{LC\left(\frac{\nabla^2 Q}{\nabla Q} \cdot V + divV + I_L\right)} = \frac{(\nabla Q)^2}{C} \qquad (34)$$

и тогда появляется даже возможность выразить радиус-вектор электрона через электрические характеристики, учитывая соотношение (21):

$$r(t) = \frac{\frac{Q}{C}\nabla Q}{k_r} = \frac{\frac{Q}{C}\nabla Q}{\frac{(\nabla Q)^2}{C}} = \frac{Q(t)}{\nabla Q(t)} \qquad (35)$$

Оказывается, координаты электрона можно точно определить по зарядовой функции! А строгие дяденьки из высокой физики запрещают это именем Гейзенберга и теперь наверняка нахмурят брови и сурово погрозят пальчиком…

Шутки шутками, но в электромеханическом уравнении (22) электрона в пространстве теперь все привычные механические характеристики выражаются через электрические характеристики, прежде всего подтверждая единственность энергии движения при различных ее проявлениях.

Теперь о зарядовой функции $Q(x,y,z)$, сущность которой даже и не рассматривалась, чтобы сосредоточить все внимание только на выводе уравнения (22), хотя, конечно же, определенный физический смысл этой функции предусматривался.. Если в ядре атома, которому принадлежит электрон, содержится n протонов, то максимальное значение $Q_{\max}$ суммарного заряда во внешнем воздействии на электрон определяется количеством n минимальных (положительных) зарядов q каждого протона:

$$Q_{\max} = nq \qquad (36)$$

Но это, разумеется, не зарядовая функция. Ведь от того, каким именно образом размещены в ядре протоны, существенно зависит их общее влияние на различные области окружающего пространства. То есть, должна существовать некая безразмерная скалярная (?) функция $\Psi(r)$ радиуса-вектора (хорошо бы - электрона), которая описывает это влияние и постоянным множителем которой является величина (36). Ясно, что при одинаковом числе протонов, но при различном их расположении, функции Ψ не одинаковы. То есть это не универсальная единая функция для всех атомов, а уникальная собственная функция атома. Тогда под зарядовой функцией Q уместно понимать произведение:

$$Q = nq\Psi(r) = Q(x,y,z), \qquad (37)$$

с учетом которого в уравнение (22) ДИСКРЕТНОСТЬ внедряется не произволом исследователей, а в качестве естественного следствия дискретности электрических зарядов самих протонов. Поэтому окончательно уравнение электрона с естественным свойством дискретности имеет вид:

$$m_e \frac{d^2 r}{dt^2} + r_m \frac{dr}{dt} + k_r \cdot r = -\frac{nq^2}{C}\nabla\Psi \qquad (38)$$

Принадлежность одного электрона разным атомам (в молекулах) должна, очевидно, описываться соответствующей модификацией уравнения (38):

$$m_e \frac{d^2 r}{dt^2} + r_m \frac{dr}{dt} + k_r \cdot r = -\frac{q^2}{C}\nabla\left(n_1\Psi + n_2\Psi\right) \qquad (39)$$

То есть, число слагаемых в правой части уравнения (39) определяется числом воздействующих на электрон атомов в молекуле. Вообще можно ожидать много различных модификаций уравнения (38), поскольку воздействие на электрон иных полей, кроме атомных и молекулярных, всякий раз потребует своего анализа этих полей и их учета в уравнении движения.

В работе совершенно не затронуты проблемы, связанные с теоремой сложения скоростей, которая могла бы осветить вопросы вращательного движения электрона и вывести на его главный момент системы сил, наверняка связанный с понятием спина электрона. Но к такой работе еще надо подготовиться.

В заключение можно заметить, что какие-либо выводы делать пока преждевременно – впереди еще много работы. Ведь пока неизвестно, в какой мере уравнение (38) в качестве математической модели адекватно физической сущности электрона. Очевидно, что не в полной мере. Но, возможно, существуют условия, при которых эта мера будет достаточной. И здесь свое слово должна сказать уже наработанная практика – энергетические спектры электрона. Но это уже в другой работе. И, возможно, других авторов.

P.S. *Автор будет признателен за любые отзывы и замечания по статье, а также за дополнения и предложения.*
Пишите на **okeanov@mail.ru**