Немного о скорости

Океанов Е.Н.

В работе “Этюд об электрическом сопротивлении” на частном случае колебательного контура был получен неожиданный результат о том, что дивергенция механической скорости есть ни что иное, как производная по времени логарифма этой скорости. Векторная интерпретация этого результата предполагает, вообще говоря, его общий характер, но то обстоятельство, что получен этот результат из очень частного электрического случая, явным образом с механической скоростью не связанного, ставит под сомнение и общий характер результата, и, как следствие, корректность самого результата. Так определилась задача проверки полученного результата непосредственным исследованием механической скорости, опираясь на некоторые результаты работы “Немного о радиус-векторе”.

Естественно такое исследование начинать с производной скорости v по времени t, учитывая, что речь идет о скорости в пространстве, в котором определен радиус-вектор r:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{\partial v}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{dx}{dt} = \nabla v \cdot v$$

Использование длины дуги в качестве параметра позволяет записать:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dl}\frac{dl}{dt} = \frac{dv}{dl} \cdot \nabla l \cdot v\,,$$

поэтому обязано выполняться равенство:

$$\nabla v \cdot v = \frac{dv}{dl} \cdot \nabla l \cdot v\,,$$

которое, в итоге, сводится к уравнению:

$$\nabla v = \frac{dv}{dl} \cdot \nabla l$$

Из очевидного (теперь уже) выражения:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\partial l}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial l}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial l}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

следует:

$$dl = \frac{\partial l}{\partial x}dx + \frac{\partial l}{\partial y}dy + \frac{\partial l}{\partial z}dz = \nabla l \cdot dr\,,$$

поэтому:

$$\nabla v = \frac{dv}{dl} \cdot \nabla l = \frac{dv}{\nabla l \cdot dr} \cdot \nabla l = \frac{dv}{dr}$$

Но тогда:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{dv \cdot dt}{dr \cdot dt} = \frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{dr}{dt}} = \frac{\frac{dv}{dt}}{v} = \frac{d}{dt}\ln v$$

и, наконец, результат исследования:

$$\nabla v = \frac{d}{dt}\ln v$$

Теперь уже можно утверждать, что полученный результат является самым что ни на есть общим и единственное, что относится к частному случаю, упомянутому выше, так это знак правой части результата. Это обстоятельство в значительной степени снимает сомнение в корректности полученного ранее результата и, более того, вынуждает внимательно отнестись к еще одному неожиданному результату упоминаемой работы об угловой частоте как о мнимой производной логарифма электрического заряда. Но это – в другой раз…

Теперь же полезно уточнить, что всякий логарифм величины с размерностью по умолчанию понимается как логарифм безразмерного отношения этой размерной величины к некоторой константе (той же размерности) такой, что ее выбор, вообще говоря, должен определяться постоянной интегрирования из следующих соображений. Пусть некая величина h является функцией логарифма скорости вида:

$$h = \int d(\ln v) = \ln v + C$$

Пусть постоянная интегрирования выбрана равной $C = -\ln V_0$. Тогда:

$$h = \ln \frac{v}{V_0}$$

Тем самым устраняется соблазн упрекнуть исследователя в том, что у него логарифм оказывается не безразмерной величиной.

В заключение можно заметить, что в пространственных исследованиях длина дуги кривой оказывается чрезвычайно полезной и дружить с ней надо гораздо более широко, чем это нынче принято.

P.S. *Автор будет признателен за любые отзывы и замечания по статье, а также за дополнения и предложения. Пишите на* ***okeanov@mail.ru***